



2

Systèmes d'équations

► Méthode 1 : substitution

Nous allons résoudre le système suivant par la méthode de **substitution** :

$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

La deuxième équation du système nous donne la valeur d'**une variable en fonction de l'autre** :

$$y = 6 - x$$

On **introduit ce résultat** dans la première équation :

$$2x - \underbrace{(6 - x)}_y = 6 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$$

La première variable étant trouvée, il ne reste plus qu'à calculer la **deuxième** :

$$y = 6 - x \Rightarrow y = 6 - 4 \Rightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

► Méthode 2 : combinaisons linéaires

Cette méthode consiste à **multiplier chaque ligne par un facteur**, puis **additionner** les lignes :

$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-2) \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 6 \\ -2x - 2y = -12 \end{cases} + \Rightarrow -3y = -6$$

Le but est de **supprimer une variable**. On trouve alors la valeur d'une variable, puis de l'autre :

$$\underline{\underline{y = 2}} \Rightarrow x + 2 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$$

► Méthode 3 : Cramer

La **méthode de Cramer** considère les **coefficients** du système :

$$\begin{cases} 2 \cdot x + (-1) \cdot y = 6 \\ 1 \cdot x + 1 \cdot y = 6 \end{cases}$$

Elle nécessite le calcul préalable de **trois déterminants** :

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) = 3$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 6 \cdot 1 - 6 \cdot (-1) = 12$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 1 \cdot 6 = 6$$

Les **solutions** du système (si elles existent) sont alors **données directement** par :

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{12}{3} = \underline{\underline{4}} \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{6}{3} = \underline{\underline{2}}$$

Exercice 1 Résoudre par **substitution** :

$$a) \begin{cases} 2x + 5y - 2 = 0 \\ 4x + 7y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 7y - 1 = 0 \\ x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 5 = 0 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x = 3y - 6 \\ 4x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$$

Exercice 2 Résoudre par **combinaison linéaire** :

$$a) \begin{cases} 3x + y - 12 = 0 \\ 2x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7y + 27 = 5x \\ 6y + 4x = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 3x - \frac{3}{2}y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 5x - \frac{10}{3}y + \frac{5}{3} = 0 \end{cases}$$

Exercice 3 Résoudre par les **formules de Cramer** :

$$a) \begin{cases} 3x + 6y - 5 = 0 \\ 6x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - 2y + 7 = 0 \\ 3x - 5y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 8x + 9y - 2 = 0 \\ 3x - y - 27 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + \frac{2}{3}y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Exercice 4 Résoudre par une **méthode à choix** :

$$a) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{5}{12} \\ x - \frac{3y}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - y = \frac{1}{2} \\ 2x - \frac{x-y}{2} + \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{x+2y-4}{4} = x - 1 \\ x + 1 - \frac{y-2}{2} = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} \end{cases}$$

Exercice 5 Résoudre par une **méthode à choix** :

$$a) \begin{cases} 9x - 5y - 3z = 2 \\ -2x + 3y + z = 8 \\ 5x + 2y + 2z = 14 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y + z = 136 \\ x + 3y + z = 204 \\ x + y + 4z = 272 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x}{3} + z = 0 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{10} - 2z = 0 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} - z = 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - 3y - 5z = 4 \\ 2x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ 3x - \frac{y+x}{2} + \frac{7}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{8}{3} = 2(y - x) \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 2y - z = 1 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$